

数学 2 B 配布資料

担当: 和達 大樹
平成 25 年 6 月 12 日

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x < \pi) \\ 0 & (\pi \leq x < 2\pi) \end{cases}$$

を $f(x + 2\pi) = f(x)$ によって周期的に拡張した関数 $f(x)$ のフーリエ級数展開は

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin(2n-1)x \\ &= \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left(\sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots \right) \end{aligned}$$

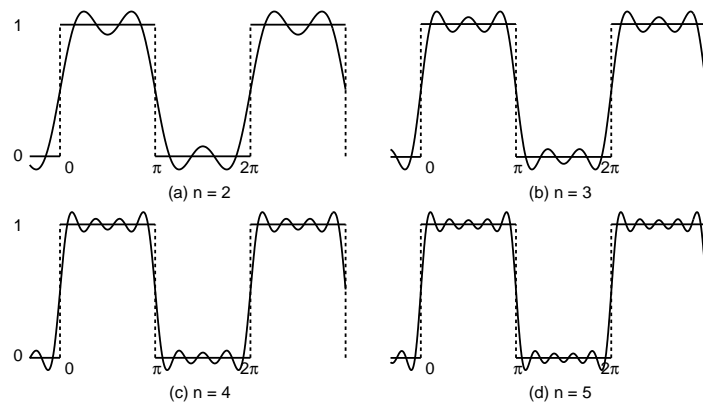


図 1:

$$f(x) = |x| \quad (-\pi \leq x < \pi)$$

を $f(x + 2\pi) = f(x)$ によって周期的に拡張した関数 $f(x)$ のフーリエ級数展開は

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \cos(2n-1)x \\ &= \frac{\pi}{2} - \frac{4}{\pi} \left(\cos x + \frac{1}{3^2} \cos 3x + \frac{1}{5^2} \cos 5x + \dots \right) \end{aligned}$$

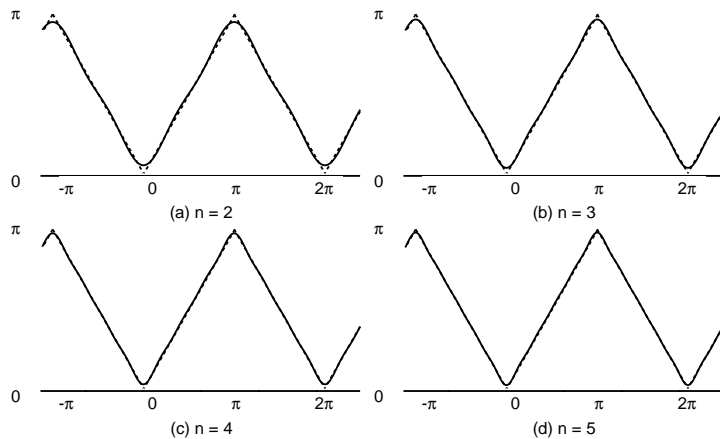


図 2:

$$f(x) = x \quad (-\pi \leq x < \pi)$$

を $f(x + 2\pi) = f(x)$ によって周期的に拡張した関数 $f(x)$ のフーリエ級数展開は

$$\begin{aligned} f(x) &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} \sin nx \\ &= 2 \left(\sin x - \frac{1}{2} \sin 2x + \frac{1}{3} \sin 3x - \dots \right) \end{aligned}$$

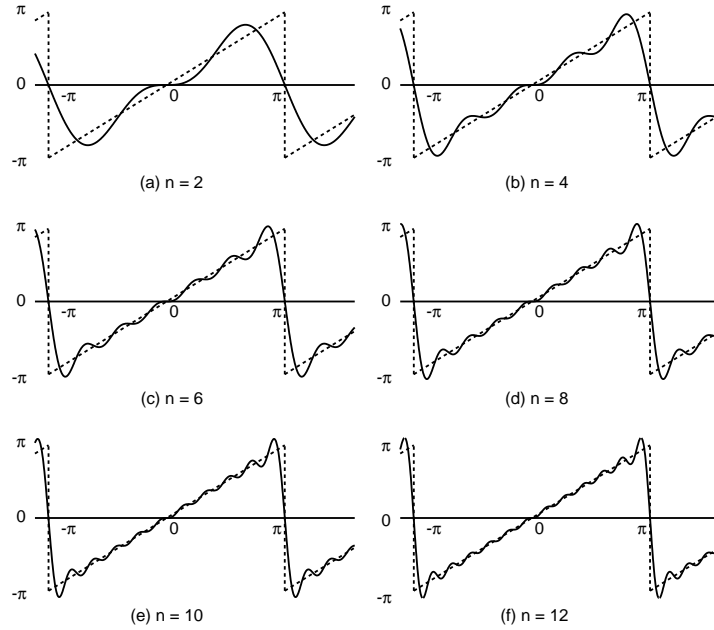


図 3:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (0 \leq x < \pi) \\ -1 & (\pi \leq x < 2\pi) \end{cases}$$

を $f(x + 2\pi) = f(x)$ によって周期的に拡張した関数 $f(x)$ のフーリエ級数展開は

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n-1} \sin(2n-1)x \\ &= \frac{4}{\pi} \left(\sin x + \frac{1}{3} \sin 3x + \frac{1}{5} \sin 5x + \dots \right) \end{aligned}$$

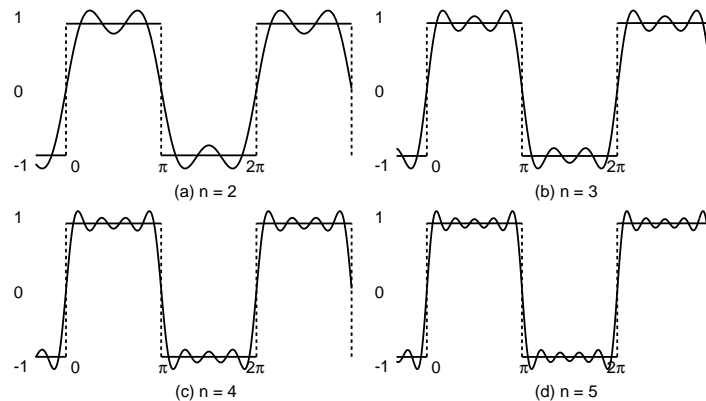


図 4: